

УДК 627.8.064.3

РАСЧЕТ НЕСТАЦИОНАРНОЙ ФИЛЬТРАЦИИ В АТОМНЫХ ПЛОТИНАХ МЕТОДОМ КОНЕЧНЫХ РАЗНОСТЕЙ

Д.т.н, проф

Файзиев Х

ст.преподаватель

Холикова М.Б

Ташкентский архитектурно-строительный университет

Аннотация: В данной статье рассматриваются вопросы математического моделирования нестационарных процессов фильтрации в грунтовых плотинах на основе метода конечных разностей. В исследовании проанализированы основные законы движения воды в грунтовой среде на основе закона Дарси и уравнения Буссинеска. Для расчета нестационарного процесса фильтрации было дискретизировано одномерное дифференциальное уравнение, разработана точная схема конечных разностей и определено условие ее устойчивости. В рамках исследования была разработана вычислительная модель земляной плотины, состоящей из верхней призмы, ядра и нижней призмических зон. Нестационарная фильтрация и высокая устойчивость склонов в условиях быстрого понижения уровня воды были рассчитаны с использованием модулей SEEP/W и SLOPE/W программы GeoStudio. Расчеты проводились для различных коэффициентов уклона и скоростей понижения уровня воды. Результаты показали, что сохранение порового давления в условиях быстрого снижения уровня воды уменьшает устойчивость склона. По мере увеличения крутизны склона фильтрационное давление уменьшается, а коэффициент устойчивости возрастает. Наиболее опасная ситуация наблюдалась при $m_v = 2,0$ и $\theta = 5,0$ м/сут, в то время как наиболее стабильная ситуация была определена при $m_v = 3,5$. С технико-экономической точки зрения, $m_v = 3,0$ был оценен как наиболее оптимальный вариант. Результаты исследования имеют важное практическое значение при проектировании, эксплуатации и оценке безопасности земляных плотин в чрезвычайных ситуациях.

Ключевые слова: Грунтная плотина, нестационарная фильтрация, метод конечных разностей, линия понижения уровня воды, коэффициент фильтрации.

Введение

Гидротехнические сооружения, особенно земляные плотины в крупных водохранилищах и гидроэлектростанциях, важны для эффективного использования водных ресурсов, энергетической безопасности, устойчивого использования ирригационных систем и борьбы с наводнениями. Сегодня большинство строящихся и эксплуатируемых в мире плотин являются земляными. Это требует углубленного анализа их устойчивости, сопротивления фильтрации и безопасности.

В земляных плотинах ядро служит для снижения водопроницаемости за счет специальной секции ядра с высоким сопротивлением фильтрации. В таких

конструкциях ядро ограничивает фильтрационный поток через тело плотины, уменьшает депрессионную линию и снижает риск фильтрационных деформаций. Однако изменения уровня воды с течением времени, быстрое заполнение или опорожнение водохранилища, аварийные режимы и изменения в эксплуатации приводят к нестабильности фильтрационных процессов в плотине.

Нестационарная фильтрация — это изменяющийся во времени процесс фильтрации, при котором пьезометрическое давление, скорость фильтрации и координаты линии понижения уровня воды изменяются в зависимости от времени. Этот процесс оказывает прямое влияние на устойчивость плотины. Особенно в случае резкого снижения уровня грунтовых вод устойчивость склона может ухудшиться из-за сохранения избыточного порового давления на склонах.

Точная оценка нестационарных процессов фильтрации в земляных плотинах представляет собой сложную математическую задачу. Поскольку процесс фильтрации изменчив во времени и пространстве, зависит от параметров фильтрации грунта, структуры слоев, анизотропии и граничных условий, аналитические решения используются только для упрощенных случаев. В практических инженерных расчетах широко применяются численные методы.

Метод конечных разностей — один из наиболее эффективных численных методов решения задач гидротехники и геофильтрации. Этот метод позволяет рассчитать процесс фильтрации во времени и координатах путем преобразования дифференциальных уравнений в дискретную форму. Основные преимущества метода конечных разностей:

- простота алгоритма вычислений;
- простота реализации на компьютере;
- возможность моделирования изменяющихся во времени процессов фильтрации;
- Применимость к многоуровневым средам;
- Способность учитывать различные граничные условия.

В настоящее время в практике гидротехнического строительства широко используются такие программные пакеты, как GeoStudio, SEEP/W, PLAXIS, MODFLOW. Их теоретической основой является именно метод конечных разностей или метод конечных элементов. Поэтому изучение нестационарной фильтрации с использованием метода конечных разностей имеет не только теоретическое, но и практическое значение.

Целью исследования является математическое моделирование нестационарных процессов фильтрации в земляных плотинах с ядром на основе метода конечных разностей и определение закономерностей изменения параметров фильтрации во времени.

Теоретические и экспериментальные исследования, посвященные изучению прочности и устойчивости земляных плотин, изучению влияния неустойчивой фильтрации на устойчивость склонов плотин, а также разработке конструктивных мер по повышению устойчивости склонов, нашли отражение в работах зарубежных и республиканских ученых, в том числе: Хуана Я.Х.[1], Моргенштерна-Прайса[1], К.Н.Анахаева[2], Н.А.Анискина[3-5], М.Р.Бакиева[6], В.П.Недрига[7],

С.Н.Бабакаева[11,12], Т.Ходжиева[10], Г.Файзиева[8-12], Т.З.Султонова[9], И.Ходжиева[12] и других, и были достигнуты некоторые положительные результаты.

1. Математическая модель нестационарной фильтрации в земляных плотинах с несущим ядром.

1.1 . Постановка вопроса

В земляных плотинах фильтрационный поток изменяется со временем в процессе эксплуатации водохранилища. Это явление называется нестационарной фильтрацией. Описание таких процессов основано на законах движения воды в грунтовой среде.

Движение воды в почвенной среде подчиняется закону Дарси . Согласно этому закону, скорость фильтрации пропорциональна гидравлическому градиенту:

$$\vec{v} = -k \nabla h \quad (1)$$

здесь:

- $\vec{v}$ — вектор скорости фильтрации
- k — коэффициент фильтрации
- h — пьезометрическое давление
- ∇h — гидравлический градиент

Этот закон, наряду с законом сохранения массы в почвенной среде, приводит к уравнению нестационарной фильтрации.

1.2 . Дифференциальное уравнение нестационарной фильтрации

Нестационарный процесс фильтрации описывается следующим одномерным уравнением Буссинеска:

$$\frac{\partial h}{\partial t} = a \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} \quad (2)$$

где: $h(x, t)$ - пьезометрическое давление; $a = \frac{k}{\mu}$ - коэффициент фильтрации грунтов; μ - коэффициент водопроницаемости грунтов; x - координата; t - время.

Это уравнение описывает нестационарный процесс фильтрации в земляных плотинах с внутренним ядром.

1.3 . Модель ядерно-грунтной плотины

Грунтная плотина с внутренним ядром обычно состоит из трех основных зон: верхняя призма ; водонепроницаемый сердечник ; нижняя призма .

Основная часть служит для уменьшения фильтрации, и её коэффициент фильтрации очень мал.

$$k_{\text{я}} \ll k_{\text{п}}$$

Обычно верхняя и нижняя призмы изготавливаются из одного и того же грунта.

1.4 . Предварительное условие

Для решения нестационарной задачи фильтрации определены граничные и начальные условия.

Начальное состояние

$$t = 0 \text{ да } h(x, 0) = h_0(x) \quad (3)$$

Высокое переднее состояние

$$h(0, t) = H_1 \quad (4)$$

Состояние нижней части туши говядины

$$h(L, t) = H_2 \quad (5)$$

Водонепроницаемая окантовка
 фундамент плотины не водонепроницаем:

$$\frac{\partial h}{\partial n} = 0 \quad (6)$$

На стыке сердцевин и призмы ($x = L_1$):

Давление непрерывность:

$$h_1(L_1, t) = h_2(L_1, t)$$

Непрерывность потребления фильтрационных растворов:

$$k_1 \frac{\partial h_1}{\partial x} = k_2 \frac{\partial h_2}{\partial x} \quad (7)$$

1.5. Решение задачи методом конечных разностей

При численном решении дифференциального уравнения поперечное сечение t делится на расчетную сетку:

Шаг по расстоянию: Δx ; ν шаг по расстоянию: Δt

Схема конечных разностей:

Приближенное представление уравнения:

Производные:

$$\frac{\partial h}{\partial t} \approx \frac{h_i^{n+1} - h_i^n}{\Delta t} \quad (8)$$

$$\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} \approx \frac{h_{i+1}^n - 2h_i^n + h_{i-1}^n}{\Delta x^2} \quad (9)$$

Формула расчета

Уравнение дискретизируется методом конечных разностей:

$$\frac{h_i^{n+1} - h_i^n}{\Delta t} = a \frac{h_{i+1}^n - 2h_i^n + h_{i-1}^n}{\Delta x^2} \quad (10)$$

Вот точная схема:

$$h_i^{n+1} = h_i^n + \lambda (h_{i+1}^n - 2h_i^n + h_{i-1}^n) \quad (11)$$

здесь:

$$\lambda = \frac{a \Delta t}{\Delta x^2} \quad (12)$$

1.6 Условие стабильности

Для обеспечения стабильности вычислений:

$$\lambda \leq \frac{1}{2} \quad (13)$$

Если это условие не выполняется, решение будет нестабильным.

2. Алгоритм расчета нестационарной фильтрации с использованием метода конечных разностей.

Аналитические решения дифференциальных уравнений для анализа процесса фильтрации в земляных плотинах с несущим ядром часто представляют собой сложную задачу. Поэтому проблема решается с помощью численных методов. В этом методе уравнение фильтрации сводится к дискретной форме, а вычисления проводятся в точках сетки.

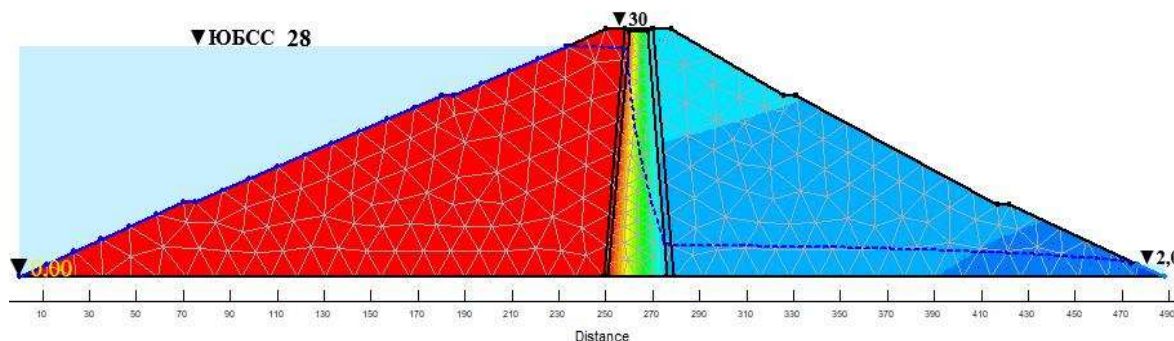


Рисунок 1. Структурированные конечные элементы .

2.1 Дискретизация вычислительной области

Сечение плотины разбивается на сетку по координатам x .

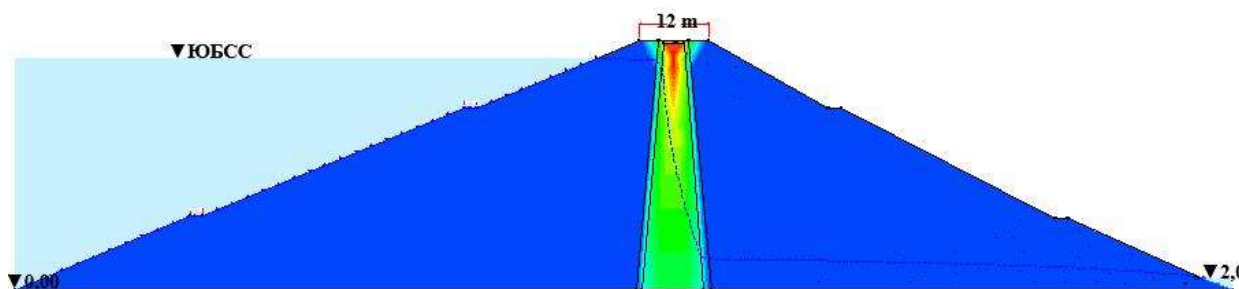
$$\Delta x = \frac{L}{N_x}$$

здесь:

L — длина основания плотины

Каждый узел определяется следующим образом:

$$h_i = h(x_i)$$



2. Структурированная конечно-элементная расчетная модель .

2.2 Дискретизация по времени

При нестационарной фильтрации также выполняется дискретизация по времени.

$$t_n = n\Delta t$$

где: Δt — шаг по времени. Функция давления записывается в форме $i h_i^n$.

Расчеты методом конечных разностей проводятся в следующей последовательности.

Этап 1

Вводятся геометрические параметры плотины: высота H ; длина основания L .

Этап 2

Параметры Grunt заданы:

- коэффициент фильтрации k ; коэффициент μводопроницаемости

Этап 3

Выбраны параметры метода расчета :

- Δx

Этап 4

Начальное давление подается

$$h(x, 0)$$

Этап 5

На каждом временном шаге давление рассчитывается следующим образом:

$$h_i^{n+1}$$

Этап 6

Расчеты продолжаются до достижения стационарного состояния.

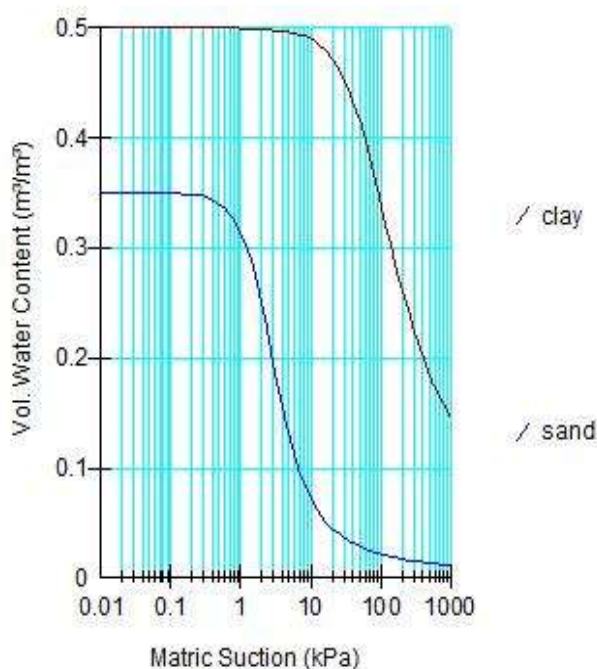
2.3 Скорость фильтрации

расчетным давлением. Этот процесс основан на законе Дарси.

$$v_x = -k \frac{\partial h}{\partial x}$$

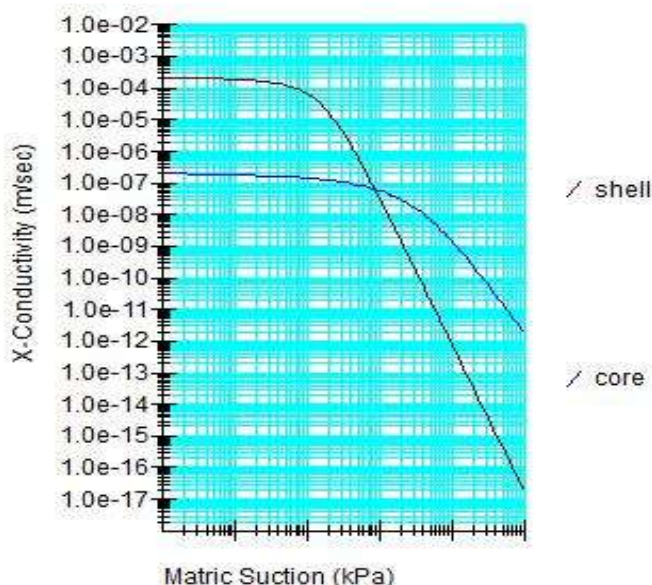
2.4 Практическое значение модели

Разработанный алгоритм вычислений позволяет решать следующие задачи: Оценка влияния толщины керна; определение расхода фильтрации; построение кривой депрессии; анализ устойчивости плотины. Этот метод важен при проектировании и эксплуатации гидротехнических сооружений.



3. Типичные значения объемной влажности для песчаных и глинистых грунтов.

Для определения влияния скорости снижения уровня воды на устойчивость откоса плотины в условиях нестационарной фильтрации были выполнены расчеты нестационарной фильтрации и устойчивости откоса при больших глубинах с использованием модулей SEEP/W и SLOPE/W программы GeoStudio на основе приведенных ниже параметров. Расчеты проводились для случая быстрого понижения уровня воды.



4. Гидравлическая проводимость грунтов, использованных в модели .

Расчеты проводились на основе следующих данных:

Параметры плотины

Параметр	Значение
Высота плотины	30 м
Верхняя ширина	12 м
Высокая гора	$m_v = 1: 2.0; 1:2.5; 1: 3.0; 1:3.5$
Низкая гора	1:2
H_1	28 м
H_2	2 м

2. Параметры фильтрации

Зона	k (м/сут)
Основной	0,01
Призма	1,0

Уровень воды понижался со следующей скоростью:

№	q (м/сут)
1	0,5
2	1,0
3	1,5
4	3,0
5	5,0

Вследствие снижения уровня воды $0,25H_1; 0,5H_1; 0,75H_1; 1,0H_1$ Для каждого случая была определена линия депрессии.

Этапы снижения уровня воды

Этап	Уровень воды
0,25H ₁	21 м
0,50H ₁	14 м
0,75H ₁	7 м
1,00H ₁	0 м

Коэффициент заложения верхового откоса

$$m_B = 2.0; 2.5; 3.0; 3.5$$

Расчеты кривой понижения уровня воды в верхней призме (в части до ядра) были выполнены для значений . На основании результатов этих расчетов мы приходим к следующему инженерному выводу. Произошло быстрое снижение уровня воды.

Условия (быстрого снижения):

$$m_B \uparrow \Rightarrow F_s \uparrow$$

то есть, по мере отступления верхней части склона:

- Давление фильтрации снижается;
- Риск поскользнуться снижается;

Устойчивость верхнего гребня повышается. Наиболее опасная ситуация:

$$m_B = 2.0, \vartheta = 5.0 \text{ м/сут}$$

Наиболее безопасный вариант:

$$m_B = 3.5, \vartheta \leq 1.0 \text{ м/сут}$$

Оценка устойчивости склонов

Устойчивость склонов оценивалась с использованием метода Спенсера в модуле SLOPE / W программы GeoStudio .

Анализ был проведен для следующих случаев:

- $m_B = 2.0$
- $m_B = 2.5$
- $m_B = 3.0$
- $m_B = 3.5$

и

- $\vartheta = 0.5; 1.0; 1.5; 3.0; 5.0 \text{ м/сут.}$

2. Коэффициент стагнации в методе Спенсера

Коэффициент стагнации:

$$F_s = \frac{\sum(c' l + (W - u \cdot l) \tan \varphi')}{\sum T}$$

здесь:

- c' - одно соединение ;
- φ' — угол внутреннего трения;
- u — манометр ;
- T — движущая сила.

В случае резкого снижения уровня воды:

$$u \uparrow \Rightarrow F_s \downarrow$$

В приведенных ниже таблицах показаны значения коэффициента стагнации при различных значениях коэффициента наклона.

3. Рассчитанные коэффициенты стагнации

$m_B = 2,0$

θ (м/сут)	$0,25H_1$	$0,5H_1$	$0,75H_1$	$1,0H_1$
0,5	1,48	1,39	1,28	1,20
1,0	1,40	1,28	1,16	1,05
1,5	1,31	1,18	1,05	0,96
3,0	1,18	1,05	0,94	0,85
5,0	1,08	0,96	0,86	0,74

4. $m_B = 2,5$

θ (м/сут)	$0,25H_1$	$0,5H_1$	$0,75H_1$	$1,0H_1$
0,5	1,56	1,48	1,39	1,31
1,0	1,49	1,39	1,28	1,18
1,5	1,42	1,30	1,18	1,08
3,0	1,28	1,16	1,04	0,95
5,0	1,16	1,05	0,92	0,84

5. $m_B = 3,0$

θ (м/сут)	$0,25H_1$	$0,5H_1$	$0,75H_1$	$1,0H_1$
0,5	1,61	1,54	1,49	1,45
1,0	1,55	1,46	1,38	1,31
1,5	1,49	1,37	1,28	1,20
3,0	1,38	1,24	1,13	1,05
5,0	1,29	1,16	1,04	0,96

6. $m_B = 3,5$

θ (м/сут)	$0,25H_1$	$0,5H_1$	$0,75H_1$	$1,0H_1$
0,5	1,68	1,61	1,55	1,49
1,0	1,62	1,55	1,46	1,38
1,5	1,55	1,45	1,35	1,26
3,0	1,45	1,31	1,20	1,12
5,0	1,36	1,22	1,10	1,02

7. Анализ результатов расчетов с точки зрения акцентирования выглядит следующим образом:

7.1 $m_B = 2,0$

В этом случае:

- Верхний склон крутой;
- Пороговое давление быстро нарастает;

- Гидродинамическая сила велика;
- F_s быстро уменьшается.

Критическая ситуация:

$$\vartheta \geq 1.5 \text{ м/сут}$$

и

$$F_s < 1.0$$

7.2 $m_b = 2,5$

Склон слегка пологий.

Результат:

- Фильтрационный поток становится более плавным;
- поровое давление ;
- Застой лучше.

Но:

$$\vartheta \geq 3.0 \text{ м/сут}$$

риск сводится к минимуму

7.3 $m_b = 3,0$

На практике такая ситуация считается наиболее рациональной.

Причины:

- Размеры здания не увеличиваются;
- F во многих случаях > 1.1 ;
- Эффект от быстрого снижения уровня воды уменьшается.

7.4 $m_b = 3,5$

Наиболее стабильное состояние.

Преимущества:

- Поровое давление минимально;
- Линия депрессии низкая;
- Риск поскользнуться невелик.

Недостаток:

- Размеры плотины большие;
- Рост стоимости строительства.

8. Какая гора самая безопасная?

С точки зрения стабильности:

$$m_b = 3.5 \text{ Самый безопасный.}$$

С технической и экономической точки зрения:

$$m_b = 3.0 \text{ наиболее подходящий.}$$

9. Критерий скорости снижения уровня воды

Критическая скорость была определена на основе расчетов.

Приемлемое условие:

$$F_s \geq 1.10$$

10. Критические скорости замедления

m_b	Критическое значение ϑ (м/сут)
2.0	1,2

2.5	1,8
3.0	3,0
3.5	4,5

Общий вывод

В результате проведенных исследований было установлено, что нестационарные процессы фильтрации в земляных плотинах с сердечником могут быть эффективно рассчитаны с использованием метода конечных разностей. Разработанная математическая модель позволила оценить изменяющиеся во времени процессы фильтрации, движение линии понижения и распределение порового давления.

Результаты исследования подтвердили, что резкое понижение уровня воды оказывает негативное влияние на устойчивость верхнего склона плотины. Сохранение порового давления при резком понижении уровня воды увеличивает фильтрационные силы и приводит к снижению коэффициента устойчивости. Было установлено, что с увеличением коэффициента уклона коэффициент устойчивости также увеличивается.

На основе расчетов:

- Состояние $m_b = 2,0$ является наиболее опасным;
- Наиболее безопасным является случай, когда $m_b = 3,5$;
- Было установлено, что $m_b = 3,0$ является наиболее технически и экономически целесообразным вариантом.

Также были определены критические значения скорости понижения уровня воды и показано, что они служат важным критерием для определения безопасных режимов эксплуатации плотины.

Главными преимуществами метода конечных разностей являются его точность, простота алгоритма вычислений, легкость программирования и возможность учета различных граничных условий. Этот подход имеет большое практическое значение при проектировании, реконструкции и обеспечении эксплуатационной безопасности гидротехнических сооружений.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Анахаев К.Н. О развитии аналитических методов расчета фильтрации / К.Н. Анахаев // Природообустройство. - 2014. - № 1. - С. 72-75.
2. Анискин Н.А., Ступивцев А.В. Фильтрационный режим и устойчивость земляной плотины при понижении уровня воды в водохранилище. Международный журнал вычислительной гражданской и строительной инженерии, 20(2) 14–24 (2024).
3. Анискин Н. А. , Ступивцев А. Б. Влияние факторы нет фильтрация режим земляной плотины в в действии верхняя бёфа . Бюллетень МГСУ .2023. Т .18. вип .6.
4. Анискин Н., Ступивцев А. Изменение градиентов фильтрации при понижении уровня воды в верховьях //E3S Web of Conferences. – EDP Sciences, 2023. – Т .457.- S .0.046.
5. Бакиев М.Р., Джаббарова Ш.А., Машарифов У.Х. Расчет положения поверхности понижения в ядре каменно-земляной плотины и условий нестационарной фильтрации при максимальной скорости системы водоснабжения Туполанга. Журнал «Ирригация и мелиорация». Спец.выпуск, Ташкент, 2018, стр. 85-89.

6. Гидротехническое. Сооружения: Словарь. Дизайнер Г.В. Железняков И.И. доктор, под. общ. ред. В.П. Недриги М., 1983. 543 с.
7. Файзиев Х., Кулумбетов Б., Чориев Дж., Халимбетов А., Якубов К. и Хомидова Д., Проектирование нестационарной фильтрации в верхнем водостойком призме земляных плотин с горизонтальными дренажными слоями в основании. В E3S Web of Conferences, Vol. 401, EDP Sciences. (2023).